

# Perdita di energia della luce nello spazio interstellare e intergalattico

M. Missana

*via Libertà 40, Ceriale (SV)*

## 1 Introduzione

Lo studio della perdita di energia delle onde elettromagnetiche nell'attraversare la materia, interstellare o intergalattica, mi è stato suggerito nel 1965 circa da L. Rosino e G. Righini perché Rosino aveva cercato, senza successo, di misurare il cosiddetto *redshift* cosmologico tramite la riga  $Lyman_\alpha$  dell'atomo di idrogeno negli spettri galattici. Tal studio può essere fatto mi pare con due metodi.

Quello che ho seguito, da circa 35 anni, considera la diffusione (e l'assorbimento) delle onde elettromagnetiche da parte di elettroni liberi o legati ad atomi; studio consigliato in quegli anni anche da L. Pasinetti al fine di interpretare gli spettri delle stelle tipo 41 Tauri, da A. Masani per studiare lo spettro della nebulosa di Orione e da altri colleghi.

Per calcolare le sezioni d'urto della diffusione ho fatto uso della meccanica quantistica e della teoria quantistica del campo elettromagnetico.

Per sezione d'urto della diffusione di un'onda elettromagnetica da parte di un elettrone o altra particella si intende il rapporto tra l'intensità dell'onda deviata (diffusa) e l'intensità dell'onda incidente, quando si ha un elettrone per unità di volume, essendo gli elettroni disposti su una superficie piana di spessore uno.

Per sezione d'urto dell'assorbimento di un'onda elettromagnetica da parte di un elettrone o altra particella si intende il rapporto tra (intensità dell'onda incidente meno intensità dell'onda trasmessa) e intensità dell'onda incidente, meno la sezione d'urto totale per la diffusione all'indietro, quando si ha un elettrone per unità di volume, essendo gli elettroni disposti su una superficie piana di spessore uno.

Le sezioni d'urto dell'assorbimento sono tabulate per molti elementi da Wiese [1].

Il secondo metodo mi è stato esposto, circa 20 anni fa, dal dott. Roberto Monti (Tesre, Bologna), ed è molto più semplice dal punto di vista matematico, ma necessita di alcune ipotesi *ad hoc*. Esso consiste semplicemente nell'introdurre nelle equazioni delle onde elettromagnetiche che si propagano nella materia interstellare o intergalattica, un indice di rifrazione opportuno  $n$ , diverso da uno, una corrente opportuna  $\vec{J}$  ed una densità di carica opportuna  $Q$ . Il valore di queste quantità viene determinato *a posteriori* dal Monti imponendo che la soluzione dell'equazione delle onde elettromagnetiche

$$\left[ -(\vec{\nabla})^2 + \left(\frac{n}{c}\right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] A^\alpha \cong J^\alpha \quad (1)$$

dia il *red shift* cosmologico e le attenuazioni osservate delle intensità; con  $J^\alpha \equiv (\vec{J}, Q)$ ,  $A^\alpha$  4-potenziale dell'onda elettromagnetica,  $\alpha \equiv (1, 2, 3, 4)$ ,  $c$  costante della velocità della luce nel vuoto;  $(x, y, z)$  coordinate cartesiane,  $t$  tempo e

$$\vec{\nabla} \equiv \left( \frac{d}{dx}, \frac{d}{dy}, \frac{d}{dz} \right).$$

Per *red shift* cosmologico si intende lo spostamento verso le lunghezze d'onda maggiori delle lunghezze d'onda delle righe spettrali osservate negli spettri delle galassie lontane; spostamento che è in media tanto maggiore quanto è minore l'intensità luminosa della galassia.

Per attenuazione si intende la diminuzione della luminosità delle galassie al crescere della distanza, distanza dedotta con qualche metodo astronomico (stelle variabili etc.).

## 2 L'equazione del trasporto radiativo

Tornando al metodo da me seguito, una volta ottenute le sezioni d'urto per la diffusione e l'assorbimento della radiazione elettromagnetica da parte degli atomi, molecole e corpuscoli del mezzo interstellare, esse sono inserite nell'equazione del trasporto della radiazione, equazione che va poi risolta con l'ausilio del computer dato che nessuno è riuscito a risolverla con funzioni algebriche o speciali eccetto in casi semplici; infatti ci si trova a risolvere una equazione integrale alle derivate parziali contenente differenze finite.

Si introduce ora un sistema di coordinate polari  $x^j \equiv (r, \theta, \phi)$ ,  $j \equiv (1, 2, 3)$ , ed un sistema ad esso sovrapposto di coordinate cartesiane  $x^j \equiv (x, y, z)$ ; per comodità di scrittura si indica  $\mu = \cos \theta$  e  $z = r\mu$  la distanza lungo l'asse polare, che è diretto verso l'osservatore terrestre.

Nella fig.1 il piano fondamentale delle coordinate suddette (piano x,y) coincide con la superficie della stella o galassia (supposta piana per semplicità) in cui si origina lo spettro che è poi assorbito e diffuso.

L'equazione del trasporto che ho utilizzato in questo studio è quella data da Chandrasekhar [2], per onde piane, sostituendovi la sezione d'urto della diffusione isotropa con la più verosimile sezione d'urto di Thomson e con l'aggiunta del solo assorbimento [3]; essa è

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \frac{d}{d\tau} + 1 \right) I(\tau, \mu, \lambda) = & - \frac{\sigma_a D_a}{\sigma_T D} \cdot I(\tau, \mu, \lambda) + \frac{3}{16\pi} \cdot \\ & \cdot \int_0^{2\pi} d\phi' \int_{-\pi}^{\pi} d\mu' (1 + \cos^2 \Theta) \cdot \\ & \cdot I[\tau, \mu', \lambda - \gamma(1 - \cos \Theta)], \quad (2) \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} \cos \Theta = & \mu\mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cdot \cos(\phi - \phi'), \\ \tau = & \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_T \int_0^z D dz \quad (2a) \end{aligned}$$

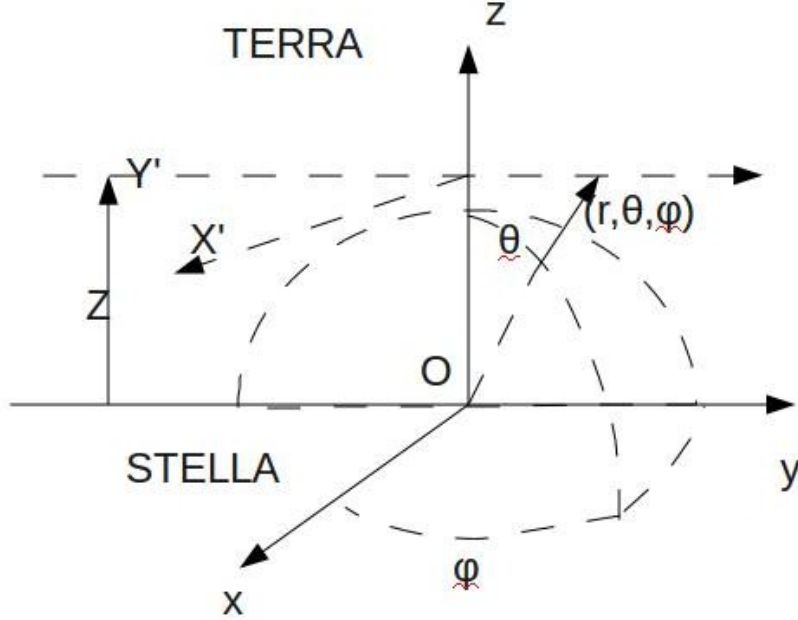


Figura 1 Mezzo interstellare tra i piani  $(x, y)$  e  $(x', y')$ . (Figura di D. Garegnani)

(diverso da quello di Chandrasekhar)  $D$  numero di centri diffusori per unità di volume,  $D_a$  numero di centri assorbenti per unità di volume,  $I(\tau, \mu, \lambda)$  intensità dell'onda elettromagnetica,  $\lambda$  lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica,  $\gamma = 2,4 \times 10^{-12}$  m lunghezza Compton dell'elettrone,  $\sigma_a$  è la sezione totale d'urto per l'assorbimento,  $\sigma_T$  sezione d'urto totale di Thomson per la diffusione  $= 6,7 \times 10^{-29} m^2$  nel caso dell'elettrone libero a riposo, per le lunghezze d'onda dello spettro visibile in condizioni di diffusione lineare; proporzionale alla lunghezza d'onda nella teoria non lineare.

Sia

$$\tau_S = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_T \int_0^R D dz \cong \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_T D R, \quad (2b)$$

con  $Z = R$  la distanza attraversata dalla luce nel tragitto dalla sorgente alla Terra, le condizioni al contorno sono

$$\begin{cases} I(0, \mu, \lambda) = \Psi(\lambda) \text{ per } \mu > 0 \text{ (} z = 0 \text{)}, \\ I(\tau_S, \mu, \lambda) = 0 \text{ per } \mu < 0 \text{ (} z = R \text{)}, \end{cases} \quad (3)$$

ove  $\Psi(\lambda)$  è una funzione arbitraria dettata dalle condizioni fisiche.

Una soluzione di questa equazione, valida per delle onde piane che si propagano lungo la direzione dell'asse  $z$ , in un riferimento di coordinate cartesiane, può essere espressa con l'integrale di funzioni algebriche e speciali dato nella formula che segue, nell'approssimazione di puro assorbimento e diffusione

Thomson, cioè

$$\sigma = \frac{3}{16\pi} \sigma_T (1 + \cos^2 \Theta)$$

e

$$d\lambda = \gamma(1 - \cos \Theta)$$

come specificato nell'eq.(2), in presenza di effetto Compton da elettroni a riposo [4, 5] (errata corrige [6]). Ponendo per semplicità di calcolo  $\sigma_a = 0$ ,  $\sigma_T = cost$  ed assumendo nelle condizioni (3) che alla sorgente il profilo delle righe spettrali sia una Gaussiana di ampiezza  $W_0$ , cioè [7]

$$\begin{aligned} \Psi(\lambda) = I_0 \exp\left[\frac{-(\lambda - \lambda_0)^2}{W_0^2}\right] = \\ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_0 \sqrt{\pi} W_0 \exp\left[\frac{-\alpha^2 W_0^2}{4}\right] \cdot \\ \cdot \exp[i\alpha(\lambda - \lambda_0)] d\alpha, \end{aligned} \quad (3a)$$

nell'approssimazione di una sola intensità che si propaga in avanti ed una sola che torna indietro, la soluzione, per l'intensità che si propaga in avanti, è data da

$$I\left(\tau, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda\right) = Re\left\{\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F_+(\tau, \alpha) \exp[i\alpha(\lambda - \lambda_0)] d\alpha\right\}, \quad (4)$$

con  $i$  unità immaginaria e

$$F_+(\tau_s, \alpha) = \frac{-\omega 2\sqrt{\pi} I_0 W_0 \exp\left[\frac{-\alpha^2 W_0^2}{4}\right]}{[P_1 \exp(\omega \tau_s^*) - P_2 \exp(-\omega \tau_s^*)]}, \quad (5)$$

$$\omega = (C^{*2} - C^2 - 2KC^* + K^2)^{1/2},$$

$I_0$  intensità della riga spettrale alla sorgente, definita nell'eq. (3a),  $W_0$  larghezza della riga spettrale ( $\cong 0,6$  FWHM), alla sorgente,

$$K = 2\exp[i\alpha\gamma],$$

$$\tau_s^* = \tau_s \exp[-i\alpha\gamma] = \tau_s 2/K,$$

$$P_1 = C^* - K - \omega,$$

$$P_2 = C^* - K + \omega,$$

$C^*$  è il complesso coniugato di  $C$

$$C^* = \exp[i\alpha\gamma/3][J_0(2\alpha\gamma/3) - J_2(2\alpha\gamma/3)/6 + iJ_1(2\alpha\gamma/3)],$$

ove  $J_n(x) = (-1)^n J_n(-x)$  è funzione di Bessel di prima specie, di ordine  $n$ , nella variabile  $x$  [8]. Ricordo che per ottenere le formule (4) e (5) si è fatto uso delle formule di quadratura di Gauss nel caso  $n = 2$  [2]

$$\int_{-1}^1 f(\mu) d\mu \sim \sum_{i=1}^n f(\mu_i) a_i \sim f(\mu_{-1}) a_{-1} + f(\mu_1) a_1, \quad (5a)$$

$W_o$								
$\tau$	500	1000	2000	6000	10000	20000	50000	100000
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	37,6	38,4	38,6	38,7	38,7	38,7	38,7	38,7
2	108	113,3	115,1	115,6	115,6	115,6	115,6	115,6
3	200	216,6	223,5	225,8	225,8	225,8	225,8	225,8
6	553,5	642	707	745	750	751,2	752,5	752,5
9	1008	1172,5	1349	1520	1549	1562	1567	1567
12	1590	1795	2089	2495	2591	2649	2668	2670
15	2327	2531	2916	3610	3834	3991	4049	4058
18	3230	3408	3835	4830	5228	5559	5707	5732

Tabella I

con  $\mu_{\pm 1} = \pm 1/\sqrt{3}$ ,  $a_{\pm 1} = 1$  e dell'integrale notevole [9]

$$\int_0^{2\pi} \exp[it\cos x] \cos(nx) dx = 2\pi \exp\left[\frac{in\pi}{2}\right] J_n(t), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

L'espressione (4) dell'intensità diffusa può essere valutata mediante il programma INOXC.f, in Fortran77, ottenibile dall'autore a semplice richiesta.

Da queste formule si deduce con il programma su detto che l'intensità centrale delle righe larghe e quindi l'intensità dello spettro continuo di valore  $I(0, 1/\sqrt{3}, \lambda_0) = I_c$  all'origine, varia in buona approssimazione con la formula seguente [3, 7, 10]:

$$I\left(\tau_s, 1/\sqrt{3}, \lambda'_0\right) \sim \frac{I\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0\right)}{1 + \tau_s} = \frac{I\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0\right)}{1 + \frac{R}{R_0}}, \quad (6)$$

$$\lambda'_0 > \lambda_0 + \gamma\tau_s 2/\sqrt{3}; \quad (6a)$$

con  $\tau_s$  spessore ottico del mezzo diffondente definito nella formula (2b),  $R_0 = \frac{2}{\sqrt{3}\sigma_T D}$ ,  $D$  numero di centri diffusori per unità di volume, come su definito, con  $\lambda'_0$  lunghezza d'onda di una riga osservata in una galassia lontana (dopo la diffusione) mentre  $\lambda_0$  è la corrispondente lunghezza d'onda di una riga osservata in uno spettro di laboratorio.

Questa formula (6), può essere ottenuta per l'intensità dello spettro continuo, senza calcoli numerici, facendo uso delle distribuzioni [8], ponendo uguale a  $I_c \delta(\alpha)$  la trasformata di Fourier di  $\Psi(\lambda)$  definita nell'eq. (3),  $\delta(\alpha)$  è la funzione delta di Dirac; ciò è anche riportato nell'articolo [7] ove tuttavia in eq. (12) vi è erroneamente  $\vec{\Phi}_0(\vec{x}, t)$  invece di  $\vec{\Phi}_0(\vec{x}, \omega)$  e poi  $\vec{\Phi}_0(\vec{x}, \omega) \sim \text{cost.}$  invece di  $\vec{\Phi}_0(\vec{x}, \omega) \sim \delta(\omega)$ , come mi era stato fatto notare da P. Mantegazza dell'Osservatorio di Brera a Merate.

Per le righe più sottili invece i risultati numerici indicano un calo di intensità molto più accentuato al crescere dello spessore ottico  $\tau_s$ , come segue dai risultati numerici riportati in tabella II, tratti da [7]; essi sono stati ottenuti con il programma INOXC.f, che usa la doppia precisione.

$W_0$								
$\tau$	500	1000	2000	6000	10000	20000	50000	100000
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0,495	0,499	0,4995	0,4995	0,5	0,5	0,5	0,5
2	0,319	0,329	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333
3	0,2245	0,242	0,248	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
6	0,0926	0,1195	0,134	0,142	0,1425	0,1425	0,1428	0,1428
9	0,043	0,0655	0,0841	0,0972	0,099	0,0995	0,1	0,1
12	0,0221	0,0378	0,0548	0,0718	0,0748	0,0763	0,0768	0,0769
15	0,0125	0,0229	0,0366	0,0547	0,0589	0,0615	0,0623	0,0624
18	0,0076	0,0145	0,0251	0,0424	0,0475	0,051	0,0523	0,0525

Tabella II

Per inciso è bene notare che la verifica della stabilità numerica dei risultati è stata fatta in modo parziale, solo per quegli spessori ottici  $\tau_s$  inferiori all'unità che possono interpretare il *redshift* delle righe osservate nel sole [4, 11].

In tabella I ci sono gli spostamenti della lunghezza d'onda delle righe spettrali  $\lambda'_0 - \lambda_0$  in  $\text{m}\text{\AA} = 10^{-13}\text{m}$  in funzione delle ampiezze  $W_0$  ( $W_0 = 0,6FWHM$ ) date nella prima riga, sempre in  $\text{m}\text{\AA}$  e dello spessore ottico  $\tau$  (adimensionale) in prima colonna.

In tabella II ci sono le intensità centrali delle righe spettrali, assumendo  $1 = I_0$  la intensità delle righe prima della diffusione, in funzione delle ampiezze  $W_0$  date nella prima riga, in unità di  $\text{m}\text{\AA} = 10^{-13}\text{m}$  ed in funzione dello spessore ottico  $\tau$  (adimensionale) dato nella prima colonna; la quarta cifra decimale non è significativa.

Essi sono stati ottenuti solo per valori non molto grandi dello spessore ottico; essi inoltre non sono soddisfacenti perché, essendosi assunto  $\sigma_T$  costante per integrare le equazioni del trasporto, danno un *redshift* cosmologico costante, indipendente dalla lunghezza d'onda delle righe osservate, in contrasto con le misure che danno un *redshift* proporzionale alla lunghezza d'onda.

Una discussione della dipendenza della sezione d'urto non lineare di risonanza della diffusione  $\sigma_T$  dalla lunghezza d'onda sarà oggetto di ulteriore comunicazione. Includendo ora l'effetto dell'assorbimento, l'intensità delle righe e dello spettro continuo, nel caso di onde piane, può essere ottenuta con le formule della pubblicazione [3]; i calcoli sono piuttosto complessi, tuttavia qui si assume in prima approssimazione  $\sigma_a = \text{cost.}$ , indipendente da  $\lambda$  e si ottiene la formula seguente, sempre nell'approssimazione dei due flussi:

$$\begin{aligned}
I\left(\tau_s, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda'\right) &= I\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0\right) \cdot \\
&\cdot \exp[-\sigma_a D_a R] \cdot \\
&\cdot \text{Re} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty F_+(\tau, \alpha) \exp[i\alpha(\lambda - \lambda_0)] d\alpha \right\}, \quad (7)
\end{aligned}$$

$$I\left(\tau_s, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0\right) = \frac{I\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0\right) \exp[-\sigma_a D_a R]}{1 + \tau_s},$$

$$\lambda'_0 > \lambda_0 + \gamma\tau_s 2/\sqrt{3}; \quad (6b)$$

$D_a$  è il numero di centri assorbenti per unità di volume e  $\lambda'_0$  è il valore di  $\lambda'$  per cui si ha il massimo di intensità della riga spettrale dopo la sua diffusione per l'interazione con la materia interstellare.

In realtà i risultati di tabella  $I$  mostrano che  $\lambda'_0 - \lambda_0$  cresce con legge progressiva non lineare al crescere di  $\tau_s$ .

### 3 Paradosso di Olbers e radiazione di fondo

Per poter risolvere il paradosso di Olbers e studiare la radiazione di fondo, bisogna far uso dell'equazione del trasporto in coordinate polari, in un mezzo a simmetria sferica. Ho studiato questo problema nell' articolo [12] con un programma di cui forse si conserva copia al Dipartimento di Astronomia dell'Università di Oxford mentre la copia di Brera purtroppo fu distrutta. Detto programma è molto più complesso del programma INOXC.f ma non differisce sensibilmente da esso nei risultati, a parte il fattore  $1/R^2$ , nel caso dei due soli flussi di radiazione, per grandi valori di  $R$ . Infatti l'equazione del trasporto in coordinate polari, nei casi suddetti, è [2]:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \mu \frac{\delta}{\delta\tau''} + \frac{1-\mu^2}{D\sigma_T r} \frac{\delta}{\delta\mu} + 1 \right) \cdot \\ & \cdot I''(\tau'', \mu, \lambda) = -\frac{\sigma_a D_a}{\sigma_T D} I''(\tau'', \mu, \lambda) + \\ & + \frac{3}{16\pi} \int_0^{2\pi} d\phi' \int_{-\pi}^{\pi} d\mu' (1 + \cos^2\Theta) \cdot \\ & \cdot I''[\tau'', \mu', \lambda - \gamma(1 - \cos\Theta)] \end{aligned} \quad (8)$$

con

$$\tau'' = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_T \int_0^r D dr.$$

Dalla eq.(1) sappiamo che per onde a simmetria sferica in assenza di diffusione ed assorbimento si hanno soluzioni del tipo:  $A(r, \theta, \phi, t) = f(r, \theta, \phi, t)/r$ , dove  $f(r, \theta, \phi, t)$  descrive un'onda sferica etc.; pertanto poichè l'intensità  $I$  si ottiene da  $A$  con la formula di Poynting, poniamo tentativamente nell'eq. (8)

$$I''(\tau'', \mu, \lambda) = I'(\tau'', \mu, \lambda)/r^2, \quad (9)$$

con  $I'(\tau'', \mu, \lambda)$  funzione incognita.

Ricordando anche che per la formula (7) dell'articolo [12] (nella stessa approssimazione delle formule di quadratura di Gauss) indicando  $I(\mu_i) = I_i$ , introducendo i valori discreti di  $\mu$  definiti in eq.(5a), si ha

$$\frac{\delta}{\delta\mu} I(\mu_J) \sim \sum_{i=1}^n I_i d_{i,j} \quad (6)$$

con  $d_{i,j}$  costanti in questo caso, e quindi dalla eq.(8) su scritta, moltiplicata per  $r^2$  si ottiene

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_j \frac{\delta}{\delta \tau''} + 1 \right) I'(\tau'', \mu_j, \lambda) + \\
& \frac{1}{D\sigma_T} [(1 - \mu_j^2) \sum_{i=1}^n I'(\tau'', \mu_i, \lambda) \cdot \\
& \cdot d_{i,j} - 2\mu_j I'(\tau'', \mu_j, \lambda)] / r = \\
& - \frac{\sigma_a D_a}{\sigma_T D} I'(\tau'', \mu_j, \lambda) + \frac{3}{(16\pi)} \cdot \\
& \cdot \int_0^{2\pi} d\phi' \int_{-\pi}^{\pi} d\mu' (1 + \cos^2\Theta) \cdot \\
& \cdot I'[\tau'', \mu', \lambda - \gamma(1 - \cos\Theta)]. \tag{8a}
\end{aligned}$$

È evidente che per grandi  $r$  la eq.(8a) coincide asintoticamente con l'eq.(2) in  $\tau''$  e quindi si ha  $I' = I$ ; ne consegue che l'intensità centrale delle righe larghe e quindi l'intensità dello spettro continuo, dovuto ad un flusso di radiazione a simmetria sferica, per le formule (9) e (7), è data in buona approssimazione dalla formula seguente:

$$\begin{aligned}
I'' \left( \tau_s, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda'_0 \right) & \sim \\
& \sim \frac{I \left( 0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0 \right) \exp[-\sigma_a D_a R]}{R^2 (1 + \tau_s)} = \\
& = \frac{I \left( 0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \lambda_0 \right) \exp[-\sigma_a D_a R]}{R^2 \left( 1 + \frac{R}{R_0} \right)} \tag{9a}
\end{aligned}$$

$$\lambda'_0 > \lambda_0 + \gamma \tau_s 2 / \sqrt{3}; \tag{6b}$$

con  $\tau_s$  spessore ottico del mezzo diffondente definito nella formula (2b),

$$R_0 = \frac{2}{\sqrt{3} \sigma_T D},$$

come si disse precedentemente, con  $\lambda'_0$  lunghezza d'onda di una riga osservata in una galassia lontana e con  $\lambda_0$  lunghezza d'onda di una riga osservata in uno spettro di laboratorio; in assenza di assorbimento e diffusione ( $D_a = 0, R_0 = \infty$ ) la formula (9a) è quella di un'onda sferica e giustifica a posteriori l'equazione (9).

Anche se il risultato di questa formula è approssimato, essa permette di dedurre che lo spettro visibile, oltre ad attenuarsi all'aumentare della distanza, tende anche a scomparire del tutto perché si sposta in un'altra regione dello spettro. Grazie a queste formule è così possibile risolvere il cosiddetto paradosso di Olbers



e dimostrare che anche se il cielo è infinito, la luminosità del cielo notturno resta finita, purché ci sia della materia interstellare ed intergalattica.

Questo paradosso dice che la luminosità media del cielo notturno, lontano ovviamente dalle stelle e galassie, che si indica  $I_K$ , dovrebbe essere infinita se il cielo è infinito essendo data da

$$I_K(\lambda) = \lim_{R \rightarrow \infty} (4\pi R I_{Am} N) = \infty, \quad (10)$$

ove  $N$  è il numero medio di stelle per unità di volume,  $I_{Am}$  è l'intensità media di una di esse, che può essere ottenuta dalla magnitudo assoluta ed  $R$  è la distanza dalla Terra.

La formula (10) può essere dedotta con le semplici considerazioni seguenti:

- l'intensità media che ci arriva per unità di area da una sorgente di intensità media  $I_{Am}$  alla distanza  $R$ , in assenza di mezzo intergalattico, è  $I_{Am}/R^2$ ;
- la luminosità media che ci arriva da tutte le stelle alla distanza tra  $R$  ed  $R + dR$  è

$$dI_K(\lambda) = N4\pi R^2 dR I_{Am}/R^2; \quad (11)$$

ne segue che integrando tra zero ed infinito si ha la formula (10) di Olbers.

Se invece introduciamo l'assorbimento e la diffusione con la formula (9a) (in cui si sostituisce  $I(0, 1/\sqrt{3}, \lambda_0)$  con  $I_{Am}$ ), ponendo così nell'eq.(11)

$$I_{Am} \exp[-\sigma_a D_a R] / [R^2(1 + R/R_0)]$$

al posto di  $I_{Am}/R^2$ , otteniamo l'equazione seguente:

$$dI_K(\lambda) = \frac{N4\pi dR I_{Am} \exp[-\sigma_a D_a R]}{1 + R/R_0}. \quad (11a)$$

Da questa equazione, nel caso del puro assorbimento, trascurando gli effetti della diffusione ed integrando, si vede che l'intensità è sempre finita e vale

$$I_K(\lambda) \sim N I_{Am} 4\pi / (\sigma_a D_a). \quad (12)$$

Se non c'è assorbimento ma solo diffusione, sempre per la formula (11a), trascurando gli effetti dell'assorbimento ed integrando si ha un infinito logaritmico, molto debole e cioè

$$\begin{aligned} I_K(\lambda') &\sim \\ &\sim \frac{I_{Am} N}{\sigma_T D} \lim_{R \rightarrow \infty} \log \left[ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_T D R \right], \end{aligned} \quad (13)$$

e dall'eq.(6b) segue

$$\lambda'_m > \lambda_m + \gamma \lim_{R \rightarrow \infty} \sigma_T D R; \quad (13a)$$

ove  $\lambda_m$  indica un valor medio della lunghezza d'onda di una certa zona spettrale, prima della diffusione nella materia interstellare, e  $\lambda'_m$  indica un valore medio della lunghezza d'onda nell'intervallo spettrale corrispondente osservato dopo la

diffusione della luce nello spazio intergalattico. In definitiva si ha anche in questo caso una estinzione totale della luce visibile perché per la formula (13a) lo spettro si trasferisce nell'infrarosso estremo, da una certa distanza in poi. Con questa formula (11a) si dimostra ora che in base alla teoria di Eddington [13] la radiazione di fondo (detta anche 3K) si origina entro 700 pc dalla Terra,  $1 \text{ pc} = 3,08567810^{16} \text{ m}$ .

Si ricorda che nella teoria di Eddington si assume che la materia interstellare sia in equilibrio termodinamico con la radiazione proveniente delle stelle e che irraggi come un corpo nero. Con questa semplice ipotesi dalla densità di luce osservata si ricava la temperatura del mezzo interstellare e la luminosità della radiazione di fondo; con i dati di allora Eddington aveva trovato per la materia interstellare una temperatura di 3,18 K, prossima alla temperatura di 2,96 K misurata recentemente da Woody *et al.* [14].

Poiché da Allen [15] abbiamo  $\sigma_a \sim 10^{-13} \text{ m}^2$ ,  $D_a \sim 0,5 \times 10^{-6} \text{ granuli m}^{-3}$ , ponendo questi valori numerici della formula (11a), trascurando l'effetto della diffusione che non è noto e non è dato da Allen, si deduce che il mezzo interstellare che irraggia la 3K, ed è ad una distanza uguale o maggiore di 1 kpc da noi, dà un contributo all'illuminamento del nostro cielo notturno inferiore a  $0,21N4\pi dRI_{Am}$ , cioè è marginale e la maggior parte della radiazione 3K che osserviamo è prodotta entro 700 pc dal piano galattico, su cui all'incirca si trova la Terra.

Ricordando che lo spessore del disco galattico intorno alla Terra è circa 1 kpc (2 kpc spessore totale del disco) ne segue che la 3K è di origine galattica locale. Tuttavia sarebbe opportuno riottenere i valori di  $\sigma_a$  e di  $D_a$  con una teoria che distingua tra assorbimento e diffusione.

## 4 Discussione

Mario Carpino:

Dove va a finire l'energia di fondo infinita alle grandi lunghezze d'onda?

Risposta:

In parte va alle stelle che l'hanno emessa alle brevi lunghezze d'onda, in parte va alla materia intergalattica che la riemette come radiazione di fondo (con le stesse formule di Eddington [13] ed i dati osservativi di Allen [15], possiamo calcolare la temperatura della materia intergalattica nell'ipotesi che essa sia in stato di equilibrio termodinamico con la radiazione ottica e in prima approssimazione ricordo di aver trovato, parecchi anni fa, che essa è inferiore a 2,7 K) e poi forse vien assorbita per altri effetti.

Non va scordato inoltre che la sezione d'urto di Thomson usata ha un valore approssimato e quindi anche i risultati ottenuti sono di prima approssimazione.

Luigi Guzzo:

La sezione d'urto della diffusione  $\sigma_T$  varia con la lunghezza d'onda?

Risposta:

I dati sulle sezioni d'urto di diffusione della luce sono scarsi, nel caso dell'elettrone libero  $\sigma$  secondo la letteratura corrente è data dalla formula di Klein e Nishima; per l'elettrone legato bisogna aggiungere ulteriori termini dovuti all'interazione con gli altri elettroni, con il nucleo atomico, con gli altri atomi oltre ai termini non lineari.

## Riferimenti bibliografici

- [1] WIESE W. L., SMITH M. W. e GLENNON B. M., *Atomic Transition Probabilities*, NSRDS-NBS 4-, U.S. Government Printing Office, (Washington D.C. 20402, 1966).
- [2] CHANDRASEKHAR S., *Radiative transfer*, (Dover pub. inc., New York, 1960) pp. 329, 61, 364.
- [3] MISSANA M., *Solution of the radiative transfer equations in the presence of generalized Compton effect*, Osservatorio Astronomico di Brera, stampato in proprio, 1987 pp. 1, 22.
- [4] MISSANA M. e PIANA A., *Astrophys. Space Sci.*, **37** (1975) 263.
- [5] MISSANA M. e PIANA A., *Astrophys. Space Sci.*, **43** (1976) 129.
- [6] MISSANA M. e PIANA A., *Astrophys. Space Sci.*, **50** (1977) 518.
- [7] MISSANA M., *Astrophys. Space Sci.*, **50** (1977) 409.
- [8] TRICOMI F. G., *Istituzioni di Analisi Superiore* (Gheroni, Torino, 1961) pp. 426, 138.
- [9] GRADSHTEYN I. S. e RYSZHIK I. M., *Table of Integrals, Series and Products* (Academic Press, London, 1965) pp. 406, 482.
- [10] MISSANA M., *Distance of far galaxies and scattering of the photons in the space, in Structure and Evolution of Active Galactic Nuclei* a cura di Giuricin *et al.* (D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1986) p. 645.
- [11] MISSANA M., *Astrophys. Space Sci.* **85** (1982) 137.
- [12] MISSANA M., *Astrophys. Space Sci.* **33** (1975) 245.
- [13] EDDINGTON A. S., *The Internal Constitution of the Stars* (Cambridge University Press, 1926) p. 371.
- [14] WOODY D. P. e RICHARDS P. L., *Phys. Rev.* **42** (1979) 925.
- [15] ALLEN C. W., *Astrophysical Quantities*, (Athlone Press, London, 1973) pp. 265, 289.
- [16] VERDE MARIO, *Comunicazione Privata, Università di Torino*, 1974 circa.